

平均値の定理の応用

1

- (1) 実数全体で定義された関数 $f(x)$ について、定数 $C \geq 0$ があって

$$|f'(x)| \leq C$$

が成り立っているとする。このときすべての x について

$$|f(x+1) - f(x)| \leq C$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 不等式

$$|\sin(\theta + h) - \sin \theta| \leq |h|$$

$$|\cos(\theta + h) - \cos \theta| \leq |h|$$

を示せ。

- (3) 自然数 n について不等式

$$\frac{1}{n+1} < \log(n+1) - \log n < \frac{1}{n}$$

を示せ。

- (4) 不等式

$$e^{\frac{1}{100}} < \frac{100}{99}$$

を示せ。