

多変数関数の極限と連続性 問題 1

1 次の極限が存在するかどうか調べ、もし存在するならばその値を求めよ.

$$(i) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (ii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

2 次の関数が $(0,0)$ において連続であるかどうか調べよ. ただし, 必要ならば 1 の結果を用いてもよい.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ((x, y) \neq (0, 0) \text{ のとき}) \\ 1 & ((x, y) = (0, 0) \text{ のとき}) \end{cases}$$

3 次の関数の偏導関数を求めよ.

$$(i) f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$(ii) z = e^{xy} \cos x$$