

§13 重積分の応用 (曲面積編) 演習問題2

📎 問題の難易度の目安【基礎】☆☆☆ 【標準】★★☆ 【発展】★★★

1 (☆☆☆)(球面の曲面積)

半径 R の球面 S の曲面積を求めよ.

2 (★★☆)(抽象的曲面の曲面積)

球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ($R > 0$) が円柱 $x^2 + y^2 \leq Rx$ によって切り取られる部分 S の曲面積を求めよ.

3 (★★☆)(回転面の曲面積)

$f(x)$ は閉区間 $[a, b]$ で C^1 級関数で, $f(x) > 0$ とする. xyz -空間の中で曲線 $y = f(x)$ を x 軸のまわりに回転して得られる曲面 S の曲面積 $A(S)$ は

$$A(S) = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

で与えられることを示せ.

4 (★★☆)(カテナリーの回転面の曲面積)

$a > 0$ とする. カテナリー $y = a \frac{e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}}{2}$ ($-a \leq x \leq a$) を x 軸のまわりに回転してできる曲面 S の曲面積を求めよ.