

接平面 問題1 解答

[1] 次の曲面と点における接平面の方程式を求めよ.

$$z = \frac{x}{y}, \quad \text{点 } (2, 1, 2)$$

[解]: z の x, y に関する偏導関数を求めると,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{x}{y^2}.$$

求める接平面の方程式は $z - 2 = z_x(2, 1)(x - 2) + z_y(2, 1)(y - 1)$ より値を計算すると,

$$z - 2 = 1 \cdot (x - 2) + (-2)(y - 1),$$

つまり以下の方程式となる:

$$z = x - 2y + 2.$$

[2] 次の曲面と点における接平面の方程式を求めよ.

$$z = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}, \quad \text{点 } (-1, -1, \sqrt{2})$$

[解]: z の x, y に関する偏導関数を求めると,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y}{\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}}.$$

求める接平面の方程式は $z - \sqrt{2} = z_x(-1, -1)(x + 1) + z_y(-1, -1)(y + 1)$ より値を計算すると,

$$z - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(x + 1) + \frac{\sqrt{2}}{2}(y + 1),$$

つまり以下の方程式となる:

$$z = \frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{\sqrt{2}y}{2} + 2\sqrt{2}.$$