

極値問題 演習問題 3

問 1. 半径 1 に内接する三角形の中で面積最大となる三角形は存在するか, さらに存在するとすればどのような三角形か求めよ.

(Hint: 半径 1 の円に内接する三角形の 3 つの角の大きさをそれぞれ $x, y, \pi - x - y$ ($0 < x < \pi$, $0 < y < \pi$, $0 < x + y < \pi$) とするとき, その三角形の面積は $2 \sin x \sin y \sin(\pi - x - y) = 2 \sin x \sin y \sin(x + y)$ で与えられる (正弦定理のちょっとした応用である). したがって, $D = \{(x, y) : 0 < x < \pi, 0 < y < \pi, x + y < \pi\}$, $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y)$ とおいたとき, $f(x, y)$ が D において最大値をもつか調べ, もし最大値をもつならばその最大値をとる (x, y) に対応する三角形を答えればよい.)