

行列の定義と働き 演習問題 2

m と n を自然数とする. mn 個の実数

$$a_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n)^{*1}$$

を $m \times n$ の長方形に並べて [] で括った

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

を **m 行 n 列の行列**, もしくは **$m \times n$ 行列** という. 本によっては [] は丸括弧 () であることも多い.

- 上から i 番目の横の実数の並び $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ をその行列の**第 i 行**といい, 左から j 番目の縦の実数の並び $a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}$ をその行列の**第 j 列**という.
- 各実数 a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) をその行列の**成分**という. とくに第 i 行と第 j 列が交わる位置の成分 a_{ij} を, その行列の **(i, j) 成分**という.

以上を踏まえた上で, 以下の問に答えよ.

問 1. 3×5 行列

$$\begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 & \sqrt{5} & 1/3 \\ -1 & 2 & 6 & -2/5 & 10 \\ 3 & 4 & 2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

に対して, 以下の問に答えよ.

- 第 2 行を答えよ.
- 第 4 列を答えよ.
- (2, 4) 成分を答えよ.

問 2. 3×2 行列であって, 各 (i, j) 成分が $2i + j$ であるような行列を求めよ.

問 3. 2×4 行列

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

に対して, 各 i 行を i 列に並べてできる 4×2 行列を答えよ^{*2}.

^{*1} ここでは mn 個の実数を $1 \sim mn$ までの番号をつけて a_1, a_2, \dots, a_{mn} と表しているわけではなく, 後の都合のために 1 から m まで動く i と 1 から n まで動く j という 2 種類の添字を用いて, a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) と表している. 言い換えれば $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}\}, \{a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}\}, \dots, \{a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}\}$ という n 個の実数でできた組が m 組あると考えればよい. 後にわかるように, 行列の各 (i, j) 成分を a_{ij} と表している.

^{*2} 一般に $m \times n$ 行列に対して, 各 i 行を i 列に並べてできる $n \times m$ 行列を元の行列の**転置行列**という.