

§10 行列式の展開 演習問題 1

📎 問題の難易度の目安【基礎】☆☆☆ 【標準】★★☆ 【発展】★★★

1 (☆☆☆)(余因子展開 1)

次の行列式を余因子展開を用いて求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & 3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 9 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & r \cos \theta \sin \varphi & r \sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{vmatrix}$$

2 (★★☆)(余因子展開 2)

次の行列式を余因子展開を用いて求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3 (★★☆)(文字を含む余因子展開 1)

行列の基本性質と余因子展開を用いて、次の行列式を因数分解せよ。ただし、 a, b, c はすべて実数とする。

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ca & ab \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

4 (★★☆)(文字を含む余因子展開 2)

行列の基本性質と余因子展開を用いて、次の行列式を因数分解せよ。ただし、 x, a, b はすべて実数とする。

$$(1) \begin{vmatrix} 101 & 105 & 104 & 103 \\ 102 & 101 & 105 & 104 \\ 103 & 102 & 101 & 105 \\ 104 & 103 & 102 & 101 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ 1 & 0 & 0 & x \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a+b & a & a & a \\ a & a+b & a & a \\ a & a & a+b & a \\ a & a & a & a+b \end{vmatrix}$$