

行列式の基本性質（乗法性）

1 次の行列式を求めよ。

(1)

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \right|$$

(2)

$$\left| \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 8 & 9 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 11 & 7 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \right|$$

(3)

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right|$$

(4)

$$\left| \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right|$$

(5)

$$\left| \begin{pmatrix} 11 & 5 & 8 & -2 \\ 7 & 9 & 3 & 1 \\ -8 & 4 & 15 & 3 \\ 10 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 8 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 7 & 9 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 13 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix} \right|$$

2

- (1) 実数を成分とする $n \times n$ 行列 A について、ある自然数 m があって $A^m = O$ が成り立っているとする (O は $n \times n$ の零行列を表す)。このとき $|A| = 0$ を示せ。
- (2) 整数を成分とする $n \times n$ 行列 A について、ある自然数 m があって $A^m = I_n$ が成り立っているとする (I_n は $n \times n$ の単位行列を表す)。このとき $|A|$ は 1 または -1 であることを示せ。