

行列の対角化 答

1 各問題の行列を A とおく。

$$(1) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) A の固有値は $5, 5, -2$ で, 固有値 5 に対する固有空間は $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$ で 1 次元なので, 対角

化できない。

$$(3) P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(4) P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(5) P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(6) A の固有値は $1, 1, -1$ で, 固有値 1 に対する固有空間は $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ で 1 次元なので, 対角

化できない。

$$(7) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(8) P = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(9) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(10) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ により } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$