

固有値の定義

- 1 固有値の定義を述べよ。
- 2 n 次正方行列 A の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ とする。 α をスカラーとすると、行列 αA の固有値を求めよ。
- 3 n 次正方行列 A の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ とする。 α をスカラーとすると、行列 $A + \alpha I_n$ の固有値を求めよ。ただし I_n は n 次単位行列を表す。
- 4 正則行列の固有値は決して 0 にならないことを示せ。
- 5 A を m 次正方行列、 B を n 次正方行列とし、 $(m+n)$ 次正方行列 C を

$$C = \begin{pmatrix} A & O_{mn} \\ O_{nm} & B \end{pmatrix}$$

とおく。ここで O_{kl} は $k \times l$ 次の零行列を表す。 A の固有値および B の固有値は C の固有値となることを示せ。

- 6 A を正方行列とし、 λ, μ を A の相異なる固有値とする。 \vec{u} を λ に対する固有ベクトル、 \vec{v} を μ に対する固有ベクトルとすると、 \vec{u}, \vec{v} が 1 次独立であることを示せ。