

微分積分 II 試験問題 A

1. (1) $f(x, y) = 5x^3 - 2xy^3 + x^2y^2 + 4x - 3y^2$ に対して, 1 階偏導関数 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ。

(2) xyz 空間の曲面 $z = x \sin(xy)$ の, 点 $(1, \pi, 0)$ における接平面を求めよ。

2. (1) $f(x, y) = x^2 + \frac{y^3}{3} + 4xy + 7y$ の極値をすべて求めよ。それらが極大値か極小値かも示せ。

(2) 閉領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{2} \leq 1\}$ における, 関数 $f(x, y) = 3x^2 + 2xy + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

3. 以下の重積分の値を求めよ。

(1) $\iint_D (1 + x^2y) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$

(2) $\iint_D \cos(x - y) dx dy,$

D : xy 平面上の 3 点 $(0, 0), (2, 0), (1, 1)$ を結ぶ三角形で囲まれた領域

(3) $\iint_D \log(1 + x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq x \leq y\}$

4. xyz 空間内の曲面 $z = 1 - x^2 - y^2$ について以下の問に答えよ。

(1) この曲面の概形を描け。

(2) この曲面と xy 平面との交わりはどのような曲線になるか。

(3) この曲面と xy 平面とで囲まれた立体の体積を求めよ。