

微分積分 II 試験問題 D

1. (1) $f(x, y) = x^2 - xy + 2y^2$ について, $f_x(x, y), f_y(x, y)$ および $f_{xy}(x, y)$ を求めよ。
(2) $x^3 + xy + y^3 + 1 = 0$ で与えられる曲線の, 点 $(1, -1)$ における接線を求めよ。
(3) 曲面 $z = x^2y$ の, 点 $(1, 2, 2)$ における接平面を求めよ。
2. (1) $f(x, y) = x^3 + xy - y^2 - 14x + 2y$ の極値を与える (x, y) を求めよ。
(2) 閉領域 $D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{2} \leq 1 \right\}$ における関数 $f(x, y) = 3x^2 + 2xy + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。
3. 次の重積分を求めよ。
 - (1) $\iint_D ye^{xy} dx dy, D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$
 - (2) $\iint_D \sqrt{xy} dx dy, D : y = x^2$ と $y = x^3$ とで囲まれる領域
 - (3) $\iint_D \sin\left(\frac{\pi}{2} - x^2 - y^2\right) dx dy, D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{2}, y \geq \sqrt{3}x \right\}$
4. (1) 曲面 $z = 3 - x^2 - y^2$ と xy 平面とで囲まれる部分の体積を求めよ。
(2) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ の $z \geq \frac{1}{4}$ の部分の曲面積を求めよ。