

微分積分 II 試験問題 F

1. (1) $f(x, y) = \sin(x^2y^2)$ に対して, 2 階偏導関数 $f_{xy}(x, y)$ を求めよ.

(2) xyz -空間の曲面 $z^2 = e^{x+y} + 3$ の, 点 $(0, 0, 2)$ における接平面の方程式を求めよ.

2. (1) $f(x, y) = \frac{x^3}{3} + xy^2 - 5x + 4y$ の極値をすべて求めよ. それが極大値か極小値かも示せ.

(2) 閉領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + 2y^2 \leq 1\}$ における, 関数 $f(x, y) = x^2 - 2xy + 3y^2$ の最大値と最小値を求めよ.

3. (1) D を 2 直線 $y = 1 - x$, $y = 1 + x$ と x 軸とで囲まれた領域とするととき, 重積分

$$\iint_D xy \, dx \, dy$$

の値を求めよ.

(2) $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \pi, x + y \geq 0\}$ とするとき, 重積分

$$\iint_D \sin(x^2 + y^2) \, dx \, dy$$

の値を求めよ.

4. $a > 0$ とする. 球 $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ と円柱 $x^2 + y^2 \leq \frac{a^2}{2}$ との交わりの部分の体積を求めよ.