

## 線形代数 I 試験問題 A

1. 次の行列を行基本変形で階段行列へ変換せよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立 1 次方程式を解け。

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 17x_5 + 5x_6 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 5x_5 + 3x_6 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 7x_5 + 2x_6 = 4 \end{cases}$$

3. 次の行列式を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 12 & 2 & 16 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 13 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 27 & 35 & 46 & 8 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \\ 25 & 40 & 45 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を求めよ。

$$(1) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

5.  $n$  次正方行列  $A = (a_{ij})$  で, 上三角行列になっているものを考える。すなわち  $a_{ij} = 0$  ( $i > j$ ) とする。

(1)  $A$  が正則行列となるための条件を, 成分  $a_{ij}$  を用いて表せ。

(2)  $A$  が正則行列のとき, その逆行列  $A^{-1}$  も上三角行列となることを示せ。

6.  $i, j = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $d_{ij}$  を

$$\begin{cases} d_{ii} = 1, \\ d_{i,i+1} = d_{i+1,i} = x, \\ d_{ij} = 0 \quad (|i - j| \geq 2) \end{cases}$$

と定める。 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して  $n$  次正方行列  $D_n$  を  $D_n = (d_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$  により定め,  $\Delta_n = |D_n|$  とおく。

(1)  $\Delta_1, \Delta_2$  を求めよ。

(2)  $\Delta_n$  は  $x$  の多項式となるが, その定数項を求めよ。

(3)  $\Delta_n$  のみたす漸化式を求めよ。

(4)  $\Delta_n$  の  $x$  の多項式としての次数を求めよ。