

## 線形代数 I 試験問題 B

1. 次の行列を行基本変形で階段行列へ変換せよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

2. 拡大係数行列の行基本変形を行うことで、次の連立 1 次方程式を解け。

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 - 3x_5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 = -3 \end{cases}$$

3. 次の行列式を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 7 \\ -1 & -1 & 5 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 5 & 8 & 0 & 4 \\ 6 & 7 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を求めよ。

$$(1) A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

5. 行列  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  について、 $|A| \neq 0$  ならば、

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

のすべてが同時に 0 になることはない。このことを示せ。

6.  $n \geq 2$  とする。  $A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ ,  $B = (b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_n)$  とするとき、積  $AB$  は  $n \times n$  行列となる。このとき  $|AB| = 0$  を示せ。