線形代数 I 試験問題 C

1. 次の行列を行基本変形で階段行列へ変換せよ。

(1) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & -6 & 7 \end{pmatrix}$

2. 拡大係数行列の行基本変形を行うことで，次の連立 1 次方程式を解け。

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 23x_4 + 21x_5 = -1 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 9x_4 + 3x_5 = -1 \\ 4x_1 + 11x_2 - x_3 + 23x_4 + 11x_5 = -3 \end{cases}$$

3. 次の行列式を求めよ。

(1) $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 15 & 5 & 10 \\ 4 & 7 & 2 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 & 9 \\ 4 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

4. 次の行列の逆行列を求めよ。

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ (2) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

5. A を $n \times n$ 行列とする。任意の n ベクトル $\vec{b}$ に対して

$$A\vec{x} = \vec{b}$$

となる n ベクトル $\vec{x}$ が存在するなら，A は逆行列を持つことを示せ。

6. A を $n \times n$ 行列とし，A^{-1} が存在するとする。このとき

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

が成り立つことを示せ。