

線形代数 II 試験問題 C

1. 次の部分空間の基底と次元を求めよ。

$$(1) W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; 2x - 3y + z = 0 \right\} \quad (2) W_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

2. 線形写像 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を

$$f \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 9 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

で定める。 f の像と核の基底をそれぞれ求めよ。

3. グラム・シュミットの正規直交化法を用いて、 \mathbb{R}^3 の基底

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

を正規直交基底になおせ。

4. 次の行列の固有値を求めよ。

$$(1) A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} -2 & -6 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

5. 次の行列は対角化可能か。対角化可能のときには対角化せよ。

$$(1) \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ -4 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

6. 対称行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ を直交行列により対角化せよ。